



基于空中计算 CoMAC 架构的不同计算场景 叠加符号判决算法*

秦晓卫, 周子涵, 陈力

中国科学技术大学信息科学技术学院, 安徽 合肥 230027

摘要: 本文研究不同场景下基于空中计算的多址信道计算 (CoMAC) 架构的覆盖符号决策算法。首先, 从理论上分析了 XOR、ADD、MOD 三种场景中加性高斯白噪声 (AWGN) 多址接入信道下叠加符号的概率密度分布, 提出了一种基于先验概率的最优门限判决策略。其次, 推导了系统最优门限及对应误码率的理论表达式。最后, 通过仿真验证了不同信噪比、传感器节点个数及先验概率对于该门限判决方案的鲁棒性和可靠性的影响。与通信计算相分离的传统方案相比, 空中计算判决方案具有更好的检测性能, 为多址接入信道下的信号识别提供了新的参考方案。

关键词: 空中计算; 多址接入信道; 最优门限判决; 检测性能

中图分类号: TN929.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137 (2025) 01-0061-10

Symbols decision metrics algorithms in different computing scenes based on the computation over multi-access channels architecture

QIN Xiaowei, ZHOU Zihan, CHEN Li

School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China

Abstract: This study investigates overlay symbol decision algorithms via the computation over multi-access channels (CoMAC) architecture for different scenarios. Firstly, the probability density distributions of overlay symbols under additive white Gaussian noise (AWGN) multi-access channels in three scenarios, namely XOR, ADD, and MOD, are theoretically analyzed. A threshold decision strategy based on prior probabilities is proposed. Secondly, the theoretical expressions for the optimal threshold and corresponding error rate are derived. Finally, simulations are conducted to verify the robustness and reliability of the threshold decision scheme under different signal-to-noise ratios, numbers of sensor nodes, and prior probabilities. Compared to traditional approaches that separate communication and computation, the CoMAC decision scheme exhibits superior detection performance and provides a new reference for signal identification in multi-access channels.

Key words: over-the-air computation; multi-access channels; optimal threshold decision; detection performance

* 收稿日期: 2024-06-11 录用日期: 2024-07-14 网络首发日期: 2024-10-14

基金项目: 国家自然科学基金(62071445); 安徽省自然科学基金(2308085J24)

作者简介: 秦晓卫(1979年生), 男; 研究方向: 无线通信与人工智能; E-mail: qinxw@ustc.edu.cn

周子涵(2002年生), 男; 研究方向: 空中计算; E-mail: clbyx@mail.ustc.edu.cn

(秦晓卫、周子涵并列第一作者)

通信作者: 陈力(1987年生), 男; 研究方向: 无线通信与通感计算; E-mail: chenli87@ustc.edu.cn

全文阅读



ZR20240196

在传统的分离通信架构中,通信和计算通常被视为单独的任务。然而,随着5G网络的高速发展和无线设备数量爆炸性增长,无线服务也趋于多样化,这给无线通信数据传输和接入方法带来了巨大挑战(Choi et al., 2018)。因而,时分多址、码分多址等多址接入技术凭借低复杂度和避免干扰的优点,在实际无线通信系统中被逐渐引入并广泛应用(钟旻, 2020)。为了进一步提高频谱效率,非正交多址接入(NOMA, non-orthogonal multiple access)被认为是一种很有前途的新型通信技术。传统非正交多址接入的关键思想是允许不同用户以非正交的方式共享相同的资源块。为了处理由非正交资源分配引起的干扰,必须在发送器和接收器处采用串行干扰消除(SIC, successive interference cancellation)技术实现无差解码(Makki et al., 2020)。尽管这种技术可以支持设备的大规模接入并提升系统吞吐量。但随着用户数量的增加, SIC会导致计算负担急剧上升。

同时,随着无线传感器网络的广泛应用,越来越多的场景中都需要对空间分布的传感器读数进行高效地计算(Letaief et al., 2019)。传统无线分布式计算网络中,网络的核心任务是通过正交信道收集与处理边缘设备的数据。然而,随着信息处理技术的高速发展,越来越多的应用场景中利用多址接入信道(MAC, multiple access channel)获取本地数据以在基站节点处执行计算任务(Sahin et al., 2023)。这说明在未来更应关注数据的统计学特性,而不是关注个体数据本身。受此启发,寻找一种技术来解决海量节点接入导致的通信受限问题成为了研究热点。

作为未来通信无线网络的重点发展方向(陈力等, 2019),空中计算的多址信道计算(CoMAC, computation over multi-access channels)利用无线多址信道的信号叠加特性来计算数学函数,从根本上打破了计算与通信相分离的架构,可以计算一个在结构上与多址信道自然执行的底层操作相匹配的函数,减少了网络中的通信开销。2007年, Bobak 开创性地讨论了联合源—信道策略,解决了多址信道上可靠地重构源函数的问题并研究了其容量界(Nazer et al., 2007)。即使信道和函数不匹

配,该方法仍然比传统分离策略更有效。而在 Goldenbaum et al.(2013)文献中,研究者提出列线函数的性质符合空中计算(OAC, over-the-air computation)的基本架构,对于一个理想上行(UL)信道,节点的信号之和对应于信道中自然发生的叠加。这些函数通常可以表示为多个预处理数据值的后处理总和。该文献还讨论了几种线性列线函数的空中计算实现方法。在绝大多数情况下,目标函数只要能被表示为一般列线函数的形式,就可以采用基于空中计算的分布式网络进行计算(Goldenbaum et al., 2015),例如加权平均值、模 p 值、计数函数、最值函数等。这大大降低了网络的计算时延与传输时延(Basaran et al., 2019)。

为了实现更复杂场景下的CoMAC通信系统,学者们对空中计算的关键技术展开了一系列研究。Nazer et al.(2011)引入了一种新颖的数字CoMAC方案和对应的嵌套格信道编码方案,格编码器将有限域上的消息映射到格点,从而实现了标准性能的数字编码方式并提高了函数计算的可靠性。其次,Chen et al.(2019)致力于研究大规模衰落下的均匀网络和非均匀网络计算速率,探索了在衰落信道下提高计算速率的方案。为进一步解决衰落信道带来的挑战,一种新的自适应资源分配方案则根据信道条件动态分配功率和带宽(Wu et al., 2021),实现了多跳无线网络中的CoMAC方案。如今,OAC已被广泛用于各种应用,如基于投票的分布式定位(Hoque et al., 2023),基于分布式共识的车辆平台控制(Lee et al., 2023)等。除此之外,作为未来信息技术发展的重要方向,基于空中计算的联邦学习已成为边缘智能研究的一个重要热点。作为解决海量数据处理和实时控制需求的有效手段,空中计算技术正备受关注(曹晓雯等, 2020)。

除此之外,为了尽可能正确地在接收端还原出发送信息,合适的信号判决方案是必要的。Thomas Bayes 开创性地提出了信号判决问题(Thomas et al., 1763)。随后,判决方案主要围绕基于高斯分布的信号判决展开。Van et al.(1954)提出了最基本的最大似然硬判决与Bayes判决,给出了适用于未编码信号检测算法的信号判决。经过

不断地改进, 与卷积码、LDPC码译码器相结合的软判决方案被提出(You et al., 2024), 这种判决方案充分利用似然比(LLR, likelihood ratio)等信息为通信系统带来了可观的可靠性增益。

另外, 在面对复杂通信环境时, 一些学者侧重于动态调整判决门限以适应信道变化。Choi et al.(2021)用随机逼近算法在接收端估计信道的瞬时状态信息并自适应地预测接收机的判决阈值, 以提升接收机的性能。在大规模数据汇聚的 CoMAC 场景下, 传统的信号判决方法可能会受到严重挑战, Razavikia et al.(2024)使用最大似然估计器(MLE, maximum likelihood estimation)技术来解码信号, 根据接收到的信号的变形星座点, 在处理中心(CP)上设计决策边界, 以确定每个接收到的信号应该被映射为哪个发送符号。这种方法可以在低计算复杂度下实现信号的识别。

然而, 上述研究并未系统研究空中计算系统的判决方案及其误码性能。在解决 CoMAC 通信系统的实际判决问题时, 目标函数涉及各节点数据的叠加, 而传统的信号判决方案只能对单个观测信号做出判决, 难以满足空中计算信号的要求。因此, 本文仍围绕 W-MAC 信道模型, 针对 XOR、ADD、MOD 三种场景分别讨论了叠加信号的判决算法, 并推导出统计分布已知情况下的最优判决门限及误码率公式。最后, 进行了仿真分析, 并与传统系统进行比较, 分析它们在误码性能方面的优劣。

1 系统模型

考虑一个由 $K \in \mathbb{N}$ 个在空间均匀分布的各类传感器节点和一个指定的服务器节点组成的无线传感器网络, 网络架构如图1所示。假设这些节点是相同的, 并用 $\mathcal{K} := \{1, \dots, K\}$ 表示所有传感器节点的集合, 传感器节点的任务是观测某个数值, 编码后将其读数发送到服务器上。将传感器读数建模为时间离散的随机过程 $s_i(t) \in \mathcal{S}$, $i \in \mathcal{K}$, 其中 \mathcal{S} 为读数取值的范围。目标函数定义为

$$f[s(t)] \triangleq f(s_1(t), \dots, s_k(t)), t \in \{1, \dots, T\}.$$

为了简化分析, 将信道视为一个具有叠加特性的 AWGN 多接入无线信道(W-MAC, wireless multiple-access channel)。

对于任意的传输时刻 $t \in \mathbb{Z}_+$, 给定 W 作为信道运算符来描绘多个用户在无线多接入信道上传输数据时的行为, W-MAC 定义为

$$(W_1[t], \dots, W_K[t]) \mapsto Y[t] = \sum_{k=1}^K H_k[t] W_k[t] + Z,$$

其中 $W_k[t] \in \mathbb{C}$, $k \in \mathcal{K}$ 是节点 k 发送的信号, $H_k[t]$, $k \in \mathcal{K}$ 是第 k 个传感器节点与接收机之间独立于输出信号的独立衰落过程, Z 是方差为 σ_z^2 的独立高斯噪声。对于 $\tau \in \mathbb{Z}$, 满足

$$|W_k[\tau]|^2 \leq P_{\max},$$

其中 $P_{\max} > 0$ 是每个节点的最大值功率约束。

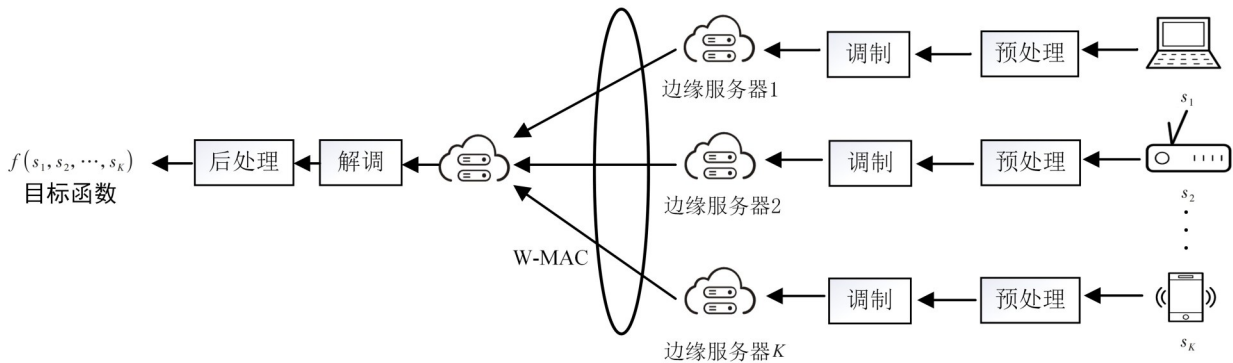


图1 空中计算系统模型

Fig. 1 CoMAC system model

对于上述信道而言, 传输的每个符号都是独立的, 符号之间不存在干扰, 即该信道是无记忆的。在理想条件下, 信号传输不会产生符号间干扰 (ISI, inter-symbol interference)。\$W_k[\tau]\$ 只取决于测量时间 \$\tau\$ 的第 \$k\$ 个传感器读数 \$s_k[\tau] \in S\$。为解决无线信道的不均匀衰落, 空中计算系统中的每个传感器都需在发送端对测量值进行信道补偿, 这种补偿会引入来自补偿因子误差的噪声。理想情况下 \$H_k[\tau] \equiv 1\$。

在该空中计算架构中, 所有传感器设备首先收集向量数据 \$s_k\$, 在发送端经过预处理与编码操作后, 各节点同时将各自信号以调制信号 \$m_k\$ 的形式经过 WAC 发送至接收端, 则在接收端接收到的符号为

$$y = \sum \left(\sqrt{P_k} |h_k| m_k + Z \right),$$

其中 \$h_k\$ 表示来自 \$k\$ 发送到 ES 的信道衰落和传输信号。\$Z \sim \mathcal{N}(0, \sigma_z^2)\$ 表示载波上的加性高斯白噪声。\$P_k\$ 表示第 \$k\$ 个发射端的平均发射功率。

在接收端, 接收机首先根据接收信号大小设定判决门限。接着, 使用线性解码器还原出叠加信号的估计值, 并通过后处理函数 \$\phi\$ 计算目标函数

$$f(s_1, s_2, \dots, s_K) = \phi \left(\sum_{k=1}^K \psi_k(s_k) \right).$$

2 不同计算类型及判决方案

2.1 XOR-MAC 场景及 BPSK 调制方案

利用上述空中计算架构在 W-MAC 上计算非线性的 “OR” 函数。通过让接收机观察信道上每个时刻 \$n\$ 是否有显然超过噪声的任何功率, 区分 “由一个或多个传感器设备传输信号” 的情况和 “任何设备不传输信号” 的情况。在这种情况下, 发射端只需采用 BPSK 调制方案即可完美表示信号的有无, 在该调制方案中, “0” 和 “1” 用相差 \$\pi\$ 的相位表示。

$$m_{\text{BPSK}}(t) = \begin{cases} A \cos(w_c t) & \rightarrow \text{“0”}; \\ A \cos(w_c t + \pi) & \rightarrow \text{“1”}, \end{cases}$$

其中 \$w_c\$ 表示载波频率, 通过 BPSK 调制即实现了 XOR 信道中信道的传输。对于每一位信号, 采用空中计算方案进行通信只需一个时隙。由于接收

机在 XOR 信道中只区分 “有无”, 在平均发射功率较大的情况下, 即使不收集每个信道的 CSI 也能正确计算目标函数。

由上一节可知, 对于 \$K\$ 个传感器节点, 若已对发射信号完成信道补偿, 则经过高斯 W-MAC 信道后接收叠加信号被表示为新的叠加关系, 其表达式为

$$r[n] = \sum_{k=1}^K h_k m_k[n] + N[n],$$

其中 \$N \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)\$。\$m_k[n]\$, \$k \in \mathcal{K}\$ 表示第 \$k\$ 个用户在第 \$n\$ 个时刻发送的调制符号, 噪声均服从均值为零的独立高斯随机分布。在空中计算系统中, 节点将各自的调制符号于同一时隙发送。则经过 MAC 信道后, \$r\$ 的概率分布函数为

$$p(r) = \sum_{i=0}^K C_i^k [P(0)]^i \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\|r - \mu_i\|^2}{2\sigma^2}\right).$$

由于调制信号在 WAC 中自然叠加, 每个码元出现的概率不同。\$r\$ 服从于二项加权的混合高斯分布 (Gaussian mixture distribution):

$$P\{r\} \sim \text{GM}\{\mathcal{B}(K, P(0)), \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)\},$$

其中发送符号 “0/1” 的先验概率分别为 \$P(0)\$ 和 \$P(1)\$, \$\mathcal{B}\$ 是实验次数为 \$K\$ 的二项分布, 该分布作为权重系数与多个高斯分布组成混合高斯模型, 而这些权重系数决定了每个高斯分布的贡献程度。由信道特性可知, 接收信号码元的电平 \$\mathcal{A}\$ 大小与该时刻实际发送信号的传感器数量 \$K\$ 有关。

当 \$K = 2m + 1\$ 时,

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= [A_0, \dots, A_i, \dots, A_k] \\ &= [-K, -K - 2, \dots, -1, 1, \dots, K - 2, K]. \end{aligned}$$

当 \$K = 2m\$ 时,

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= [A_0, \dots, A_i, \dots, A_k] \\ &= [-K, -K - 2, \dots, 0, \dots, K - 2, K]. \end{aligned}$$

可见, \$\mathcal{A}\$ 共有 \$K + 1\$ 种且 \$K\$ 的奇偶性会影响具体取值, 设这些取值出现的概率分别为 \$\{p_0, p_1, \dots, p_k\}\$ 且服从二项分布。对观测信号进行 \$N\$ 次采样后, 可以做出如下假设:

\$H_0\$: 所有码元为 0 (\$\mathcal{A} = -K\$) 的情况。观测样本的均值为 \$\mu_0 = A_0\$, 方差为 \$\frac{\sigma^2}{N}\$, 似然函数为

$$f(x|H_0) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{N}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (x - \mu_0)^2\right].$$

H_1 : 含有非0信号($\mathcal{A} > -K$)的情况。观测样本的均值为 $\mu_i = A_i$, 方差为 $\frac{\sigma^2}{N}$, 似然函数为

$$f(x|H_1) =$$

$$\sum_{i=1}^K \left\{ \frac{p_i}{1-p_0} \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{N}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^N (x - \mu_i)^2\right] \right\}.$$

在判决过程中, 不同接收信号的出现概率随着节点的个数增加不断改变, 此时判决门限仍按照欧氏距离确定是不准确的, 故采用基于对数似然比准则的软判决方法, LLR定义为

$$\begin{aligned} \text{LLR} &= \ln \frac{f(x|H_0)}{f(x|H_1)} \\ &= \ln \frac{\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{N}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^N (x - \mu_0)^2\right)}{\sum_{i=1}^K \left\{ \frac{p_i}{1-p_0} \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{N}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^N (x - \mu_i)^2\right] \right\}} \\ &\leq \ln \frac{\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{N}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^N (x - \mu_0)^2\right)}{\frac{p_1}{1-p_0} \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{N}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^N (x - \mu_1)^2\right]}. \end{aligned}$$

若得到的 $\text{LLR} > 0$ 则判决为 D_0 , 反之则判决为 D_1 。对于 μ_0 星座点, 选择欧氏距离最近的星座点似然函数作为近似似然比分子, 令LLR近似值为0, 可得估计最优门限为

$$\text{th} = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2} + \frac{\sigma^2}{N(\mu_1 - \mu_0)} \ln\left(\frac{p_1}{1-p_0}\right),$$

可见, 最优门限更靠近先验概率较小的星座点, 即接收机倾向于将叠加符号判决为更可能的星座点。当噪声足够小或概率相同时, 门限趋近于两均值平均值, 在信噪比强度较低时, 噪声功率对门限设置的影响较大。

接着, 对XOR计算场景下判决方案的误码率进行分析。这里假设已采用迫一致性的接收机设计使得所有信道的信道衰落相同, 可得BER为

$$\begin{aligned} \bar{P}_e &= P(H_0)P(D_1|H_0) + P(H_1)P(D_0|H_1) \\ &= P(H_0)P(x > \text{th}|H_0) + P(H_1)P(x < \text{th}|H_1). \end{aligned}$$

其次, 接收值受到加性高斯噪声的影响, 因此传输过程中将和的传输进行 N 次采样, 通过增多观测样本数量, 提升检验统计量中的信噪比, 以增加对噪声的鲁棒性。有

$$\bar{P}_e = P(H_0) \left[1 - \Phi\left(\frac{\text{th} - A_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{N}}}\right) \right] + P(H_1) \Phi\left(\frac{\text{th} - A_1}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{N}}}\right),$$

其中

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

可见, 理论错误概率随电平信噪比的增加而单调递减。

2.2 ADD-MAC 场景及 QAM/PAM 调制方案

上节讨论的判决方法通过XOR特性将多电平符号直接映射为有/无两种假设, 完成了每一位上的叠加运算。XOR信道对于简单的逻辑计算很有效, 但是当需要处理更复杂的线性函数时, 需要得知每一位上的确切电平值大小, 将其称之为ADD计算场景, 在该场景下需要对多元叠加信号做进一步的判决, 从含有高斯噪声的混合信号中判决信号的具体电平大小。

由于BPSK调制方案阶数低、频谱效率差, 考虑引入PAM/QAM调制, 首先将数据值的二进制表示划分为子序列, 然后将每个子序列上的十进制表示法映射到一个PAM符号。并将数据值量化为 $\log_2 M$ 位, 然后编码为M-PAM符号的编码器。

以调制阶数 $M = 4$ 为例, 4-PAM调制下单个信号空间可以表示为 $\{-3, -1, 1, 3\}$, 其中每个PAM信号表示2 bits的信号。噪声是均值为0的独立同分布高斯噪声, 该接收信号(叠加后信号)服从二项加权的高斯混合分布, 将判决模型视为 $K + 1$ 元假设下的假设检验模型。

该模型中有 $K + 1$ 种假设

$$\mathbf{r} = \begin{cases} N, & H_0; \\ A_i + N, & H_i, \end{cases}$$

其中 $i \in \{1, 2, 3, \dots, K\}$ 。

$H_i (i = 0, 1, \dots, K)$ 发生的概率为 $P(H_i) (i = 0, 1, \dots, K)$, 若 $K = 2$, 则在 W-MAC 中产生的叠加符号概率密度的分布如图 2 所示。

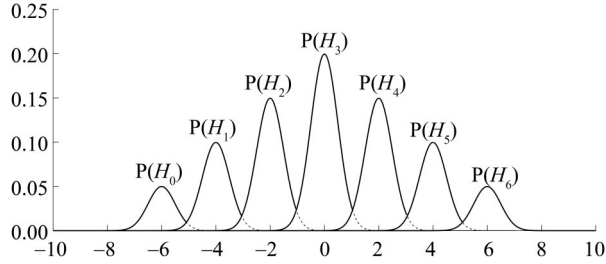


图 2 W-MAC 中叠加符号的 PDF

Fig.2 The probability density distribution function of the overlaid symbols in W-MAC

将 PAM 拓展到 QAM 调制方案, 当序列长度为 $\log_2 M$ 时, 将两 PAM 信号星座点映射在 $M \times M$ 的正方形星座点上, 此时每个星座点表示 4 bits 信息。QAM 信号叠加后在接收端会被扩展为一个更高阶的星座图。QAM 的每个星座点可以看作是两路正交独立的 PAM 的组合, 信号的实部和虚部利用同相和正交通道同时传输并表示两个不同的符号。两通道内的符号概率分布函数均符合上述分布。

为了得出 ADD 计算场景下的最优判决方案, 先用 Bayes 准则对多元假设中的不同判决风险作出评估, 设实际是 H_i 为真而判决为 H_j 所承担的平均风险为 C_{ij} , 则总平均风险 \bar{C} 为

$$\begin{aligned} \bar{C} &= \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K C_{ij} P(D_i | H_j) P(H_j) \\ &= \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K P(H_j) C_{ij} \int_{x \in \mathbb{R}_i} f(x | H_j) dx \\ &= \sum_{i=0}^K P(H_i) C_{ii} \int_{x \in \mathbb{R}_i} f(x | H_i) dx \\ &\quad + \sum_{i=0}^K \sum_{j=0, j \neq i}^K P(H_j) C_{ij} \int_{x \in \mathbb{R}_i} f(x | H_j) dx \\ &= \sum_{i=0}^K P(H_i) C_{ii} \left[1 - \int_{x \in \bigcup_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{M-1} \mathbb{R}_j} f(x | H_i) dx \right] \\ &\quad + \sum_{i=0}^K \sum_{j=0, j \neq i}^K P(H_j) C_{ij} \int_{x \in \mathbb{R}_j} f(x | H_j) dx \\ &= \sum_{i=0}^K P(H_i) C_{ii} \\ &\quad + \sum_{i=0}^K \sum_{j=0, j \neq i}^K \int_{x \in \mathbb{R}_j} P(H_j) (C_{ij} - C_{jj}) f(x | H_j) dx, \end{aligned}$$

其中

$$P(D_i | H_j) = \int_{R_i} f(x | H_j) dx,$$

$P(D_i | H_j)$ 表示判决 H_j 为真而判决为 D_i 的概率。 $R_i = [th_i, th_{i+1})$ 表示 H_i 的判决空间。 $f(x | H_j)$ 为似然函数。若观测样本落在 R_i 内, 则判决为 H_i 。对于上述准则, 设平均风险 $C_{ij} = 1 (i \neq j)$ 、 $C_{ij} = 0 (i = j)$, 将其退化为最大似然准则, 故求最优门限等效于

$$\lambda_i = \sum_{j=0, j \neq i}^K P(H_j) \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (x - \mu_i)^2\right).$$

比较 $\lambda_i (i = 0, 1, \dots, K)$ 的大小, 对于每一个样本 x , 逐个寻找 i 值使得 $\lambda_i(x)$ 最小, 将该样本划分进观测空间 $[th_i, th_{i+1})$ 中。通过此过程, 最终构成的观测空间集合就能保证在所有可能的划分中实现平均风险的最小化。则最大 λ_i 值应满足

$$\begin{aligned} \lambda_i - \max_{i \neq j} (\lambda_j) &= \lambda_i - \lambda_{i+1} \\ &= P(H_{i+1}) f(x | H_{i+1}) - P(H_i) f(x | H_i) \leq 0. \end{aligned}$$

令上式等于 0, 得最佳判决门限为

$$th_i = \frac{\mu_i + \mu_{i+1}}{2} + \frac{\sigma^2}{N(\mu_{i+1} - \mu_i)} \ln \frac{P(H_i)}{P(H_{i+1})}.$$

因此, 可以给出 ADD-MAC 场景下基于先验概率的最优门限判决方案: 首先, 在接收端收集信号的统计特性, 再计算得到不同判决空间的似然函数与 λ_i , 最终通过基于 Bayes 准则的平均误判风险最小化策略得到最优判决门限。另外, XOR-MAC 场景可视为该策略的一个特例, 此时有两个观测空间, 分别表示发送信号的有无。该判决方案倾向于判决叠加符号为先验概率更高的星座点, 从而有效地最小化 Bayes 准则下的判决误差概率。

分析 ADD-WAC 中空中计算判决方案误码性能, 设正交和同向通道传输的 PAM 信号 “0/1” 出现概率相等, 两传感器读数在发送端被分别映射为正方形星座图上的点, 不同星座点的出现概率可以被视为先验概率不同的高斯分量的叠加, 每个叠加产生的电平值等于对应高斯分布的均值, 信道中的 AWGN 噪声方差则影响了整体信号的噪声大小。

由于两路信号仅有相位不同, 而误码性能相同, 先讨论一路 PAM 叠加信号在接收端的误码率, 其表达式为

$$\begin{aligned} \bar{P}_e &= P(H_0)P(D_1|H_0) \\ &+ P(H_K)P(D_{K-1}|H_K) \\ &+ \sum_{i=1}^{K-2} P(H_i) [P(D_{i+1}|H_i) + P(D_{i-1}|H_i)] \\ &= P(H_0) \left[1 - \Phi \left(\frac{\text{th}_1 - A_0}{\sqrt{\sigma^2/N}} \right) \right] \\ &+ P(H_1) \left[\Phi \left(\frac{\text{th}_1 - A_1}{\sqrt{\sigma^2/N}} \right) + 1 - \Phi \left(\frac{\text{th}_2 - A_1}{\sqrt{\sigma^2/N}} \right) \right] \\ &+ \sum_{i=1}^5 P(H_i) \left[\Phi \left(\frac{\text{th}_i - A_i}{\sqrt{\sigma^2/N}} \right) + 1 - \Phi \left(\frac{\text{th}_{i+1} - A_i}{\sqrt{\sigma^2/N}} \right) \right] \\ &+ P(H_6) \Phi \left(\frac{\text{th}_6 - A_6}{\sqrt{\sigma^2/N}} \right), \end{aligned}$$

其中 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$, A_i 为接收信号的电平大小, $\text{th}_1, \text{th}_2, \dots, \text{th}_6$ 是最大似然判决方案下的最优门限。

已知 PAM 信号的误码率, 两路信号判决情况可看作两个同时发生的独立事件。QAM 信号的判决误码情况应和同调制阶数的 PAM 误码率呈平方关系。

2.3 MOD-MAC 场景及 BPSK 调制方案

QAM 调制方案主要用于计算加性目标函数, 尝试将其推广到更多类型的计算场景中。注意到模加计算场景在处理循环计数或数据加密等情况下具有重要意义。在 WAC 中, 调制信号不是模加而是直接叠加, 即

$$r = \sum_{k=1}^K x_k + n,$$

由前文可知, 接收电平与节点个数有关, 假设仍采用之前的 BPSK 调制, 则

$$\begin{aligned} r &= \sum_{k=1}^K x_k + n = \sum_{k=1}^K (2c_k - 1) + n \\ &= 2 \sum_{k=1}^K c_k - K + n, \end{aligned}$$

其中 c_k 表示传感器传输的原始二进制数据, 可见信

道中的叠加调制信号与信号模加存在对应关系

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \left(\frac{r + K}{2} \right) \bmod p = \left(\frac{2 \sum_{k=1}^K c_k + n}{2} \right) \bmod p \\ &= \oplus c_k + n \bmod p. \end{aligned}$$

此时 \hat{r} 的概率分布函数域被映射到了一个 $[0, p)$ 的区间内。若 K 为节点个数, 则简单的判决规则为

$$\oplus c_k = \begin{cases} 0, & \hat{r} \in \left[0, \frac{1}{2} \right) \cup \left[p - \frac{1}{2}, p \right); \\ A, & \hat{r} \in \left[\frac{2A-1}{2}, \frac{2A+1}{2} \right). \end{cases}$$

由于该判决规则没有利用不同叠加值间的出现概率差异, 考虑一种较直接硬判决稍复杂的 LLR 判决方法。设 $B_i = \{p+i, 2p+i, \dots, mp+i\}$ 表示所有模 p 为 i 的接收值集合, 信号模加值为 i 时, 判决为 H_i 的概率为

$$\begin{aligned} p &= (\oplus c_k = i | H_i) \\ &= \frac{\sum_{j \in B_i} C_k^j \left(\frac{1}{2} \right)^j \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \exp \left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=1}^N (x-i)^2 \right)}{p(H_i)}. \end{aligned}$$

根据 LLR 的定义可得

$$\begin{aligned} \text{LLR}_i &= \ln \frac{\sum_{j \in B_i} C_k^j \left(\frac{1}{2} \right)^j \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \exp \left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=1}^N (x-i)^2 \right)}{\sum_{j \notin B_i} C_k^j \left(\frac{1}{2} \right)^j \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \exp \left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=1}^N (x-j \bmod p)^2 \right)}. \end{aligned}$$

可见其判决方法与 ADD 信道对应判决方案相似。依次比较 LLR_i , $i \in [1, 2, \dots, p]$, 找出令其最大的 i' 值, 判决为 $H_{i'}$ 。令 LLR 值跳变的 x 值即为最优判决门限。

3 仿真分析

本节中, 展示基于三种场景 (XOR, ADD, MOD) 的数字空中计算方案在不同信噪比 (SNR) 条件下的误码性能结果, 并将其与通信计算相分离的传统方案进行比较。除此之外, 还将演示不同传感器节点数量下, 基于空中计算的判决方案与传统方案的 BER 关系。最后, 验证该判决方案在先验概率不同时是否可靠。为了验证所导出的分

析结果的准确性, 通过蒙特卡洛模拟进行仿真。系统参数: 节点数量 $N = 4$, 平均发射功率 $P_k = 1$, 蒙特卡洛实验次数 $n = 10^6$, 先验概率 $P(0) = P(1) = 0.5$, 平均发射功率 P_k 设置为一定值且确保该定值满足所有设备的平均发射功率约束, 通过变化噪声功率控制信噪比大小。信道系数 $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 1$ 。

在传统方案中, 采用传统的数字通信方法(如时分多址)在不同传感器上传输数据, 以及与 CoMAC 架构中相同的迫一致性接收机以消除衰落信道带来的影响。在传统方案中, 接收机在不同时隙逐一接收每个传感器发送的符号并作出判决, 在接收完所有符号后再计算所需的目标函数。其他系统参数均与空中计算方案保持一致。

图 3 为对固定门限判决方案和似然比方案的误码率进行仿真的结果, 此时传感器均传输 BPSK 符号。发射功率取定值, 信噪比取不同值时, 误码率随信噪比的增加迅速下降, 基于贝叶斯方案的判决方案在不同信噪比环境下抗干扰性能均强于传统方案。

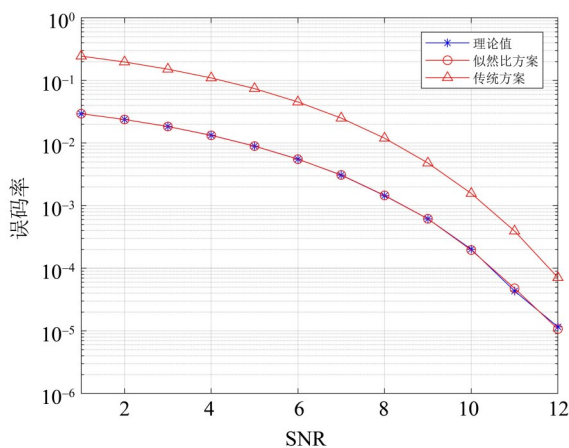


图 3 XOR-WAC 下不同方案的误码率

Fig. 3 Error rate of different schemes in XOR-WAC

对比基于 QAM 的传统通信方案与本文提出的 ADD-WAC 空中计算判决方案之间的误码性能, 结果如图 4 所示。可见, 当 SNR 较小时, 传统方案几乎无法计算目标函数, 这是因为任一信道的判决错误会导致叠加结果有误。当信道比达到一定水平后, 两方案的误码率均下降, 误码性能得到提升。当 $SNR = 10^{-2}$ 时, 空中计算判决方案相对于传

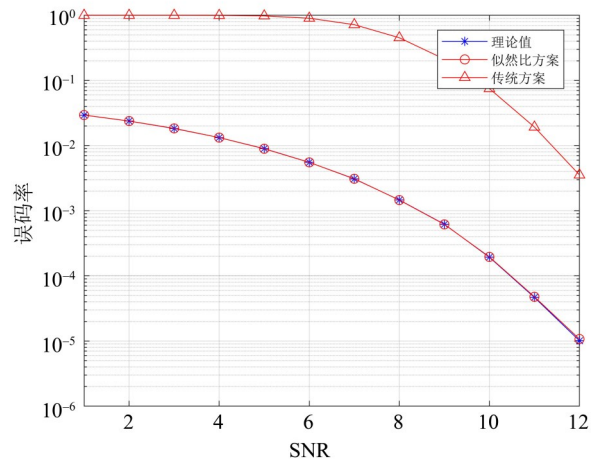


图 4 ADD-WAC 下不同方案的误码率

Fig. 4 Error rate of different schemes in ADD-WAC

统方案有约 3 dB 的提升。而模加场景由于和 ADD 场景判决方法相同, 误码性能相似。综上, 从系统可靠性角度考虑, 空中计算方案可以在不同的 SNR 环境下为系统提供更优的误码性能。同时, 由于空中计算架构中多个节点直接对计算结果完成传输, 其信息传输效率相较于传统方案也有直观的提升。

除了信噪比之外, 节点个数也会对系统的误码率产生影响, 且不同判决方案之间的影响程度不同。为了验证这一观点, 用 CoMAC 方案与传统方案的误码率之比作为指标, 以衡量它们在不同节点大小下的可靠性差异。如图 5 所示, 在不同信噪比环境下, 随着节点数量的增加, 空中计算方案与传统方案的误码性能均会上升; 但在较高信噪比环境下, 空中计算方案的信噪比增长速度大

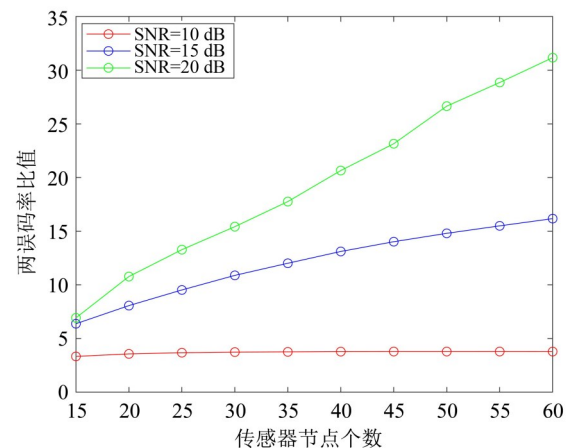


图 5 不同节点数量下的误码率比值

Fig. 5 The ratio of error rate for a varying number of devices

于传统方案, 误码率比值呈线性增长趋势。这表明在大规模传感器网络下采用空中计算方案可以有效提升误码性能, 且随着系统抗干扰能力的增强, 判决的准确性会进一步提升。

图6比较了三种 SNR 水平下 CoMAC 方案与传统方案的误码率的比值。结果表明, 在传感器节点数量 N 一定的情况下, 不同先验概率 $P(H_0)$ 下该判决方案得到的门限均表现出较稳定的误码性能, 具有较好的鲁棒性。这表明 CoMAC 判决方案在面對复杂环境下一样具有良好的性能。

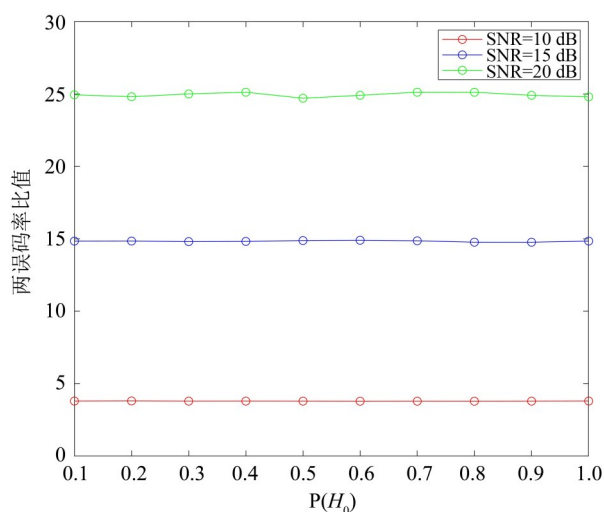


图6 不同先验概率下的误码率比值

Fig. 6 The ratio of error rate with different prior probability

参考文献:

曹晓雯, 莫小鹏, 许杰, 2020. 面向边缘智能的空中计算[J]. 中兴通讯技术, 26(4): 31-37.

陈力, 卫国, 2019. 未来无线网络下的空中计算技术[J]. 中兴通讯技术, 25(1): 29-34.

钟旻, 2020. 5G中的编码调制与多址技术[J]. 数字通信世界, 2: 3-6.

BASARAN S T, KURT G K, CHATZIMISIOS P, 2019. Energy-efficient over-the-air computation scheme for densely deployed IoT networks [J]. IEEE Trans Indust Inf, 16(5): 3558-3565.

CHEN L, ZHAO N, CHEN Y, et al, 2019. Communicating or computing over the MAC: Function-centric wireless networks[J]. IEEE Trans Commun, 67(9): 6127-6138.

CHOI K W, AZIZ A A, SETIAWAN A, et al, 2018. Distributed wireless power transfer system for internet of things devices[J]. IEEE Internet of Things J, 5(4): 2657-

4 结论

为了解决下一代通信技术中海量节点接入导致的通信受限问题, 本文引入了一种基于无线多址接入信道的空中计算架构。主要结论如下:

1) 该架构能利用信道的自然叠加特性完成目标函数计算。

2) 为了全面地评估空中计算架构在不同场景中的性能表现, 针对 XOR、ADD、MOD 三种场景讨论了叠加信号的判决算法。由于 XOR 场景下接收信号大小与对应概率随节点数量改变, 故提出了基于对数似然比的软判决方案, 并进一步推导出了接收端的最优门限及误码率公式。

3) 在 ADD/MOD 场景下将判决视为多元假设中的不同判决风险的最小化问题。仿真结果与理论推导表明: 在不同信噪比环境下, 基于空中计算的判决方案在三种场景下相较于传统方案都具有更优的误码性能。

4) 讨论了节点数量对系统误码率的影响。可以发现: 节点数量越多, 空中计算带来的误码性能增益较传统方案越好。

5) 空中计算判决方案在不同先验概率 $P(H_0)$ 下得到的门限均表现出较高的鲁棒性。故本文的判决方案完善了空中计算在不同计算场景下的可靠性策略, 为空中计算技术在实际场景中的应用提供了更精确的理论依据。

2671.

CHOI J Y, LEE J W, HAN S K, 2021. Stochastic approximation aided adaptive thresholding for optical detection in PAM4 based FSO transmission [J]. IEEE Access, 9(7): 106451-106458.

GOLDENBAUM M, BOCHE H, STANCZAK S, 2013. Harnessing interference for analog function computation in wireless sensor networks [J]. IEEE Trans Signal Process., 61(20): 4893-4906.

GOLDENBAUM M, BOCHE H, STANCZAK S, et al, 2015. Nomographic functions: Efficient computation in clustered Gaussian sensor networks [J]. IEEE Trans Wireless Commun, 14(4): 2093-2105.

HOQUE S S M, ŞAHIN A, 2023. Chirp-based majority vote computation for federated edge learning and distributed localization [J]. IEEE Open J Commun Soc, 4: 1060-

- 1074.
- LEE J, JANG Y, KIM H, et al, 2023. Over-the-air consensus for distributed vehicle platooning control [C]// IEEE International Conference on Communications: 5965–5971.
- LETAIEF K B, CHEN W, SHI Y, et al, 2019. The roadmap to 6G: AI empowered wireless networks [J]. IEEE Commun Mag, 57(8): 84–90.
- MAKKI B, CHITTI K, BEHRAVAN A, 2020. A survey of NOMA: Current status and open research challenges [J]. IEEE Open J Commun Society, 1: 179–189.
- NAZER B, GASTPAR M, 2007. Computation over multiple-access channels [J]. IEEE Trans Inf Theory, 53(10): 3498–3516.
- NAZER B, GASTPAR M, 2011. Compute-and-forward: Harnessing interference through structured codes [J]. IEEE Trans Inf Theory, 57(10): 6463–6486.
- RAZAVIKIA S, BARROS D S, FISCHIONE C, 2024. Channelcomp: A general method for computation by communications [J]. IEEE Trans Commun, 72(2): 692–706.
- SAHIN A, YANG R, 2023. A Survey on over-the-air computation [J]. IEEE Commun Surveys Tuts, 25(3): 1877–1908.
- THOMAS B, RICHARD P, 1763. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 53: 370–418.
- VAN M D, MIDDLETON D, 1954. Modern statistical approaches to reception in communication theory [J]. IEEE Trans Inf Theory, 4(3): 119–145.
- WU F, CHEN L, ZHAO N, et al, 2021. Computation over multi-access channels: Multi-Hop implementation and resource allocation [J]. IEEE Trans Commun, 69(2): 1038–1052.
- YOU L, ZHAO X, CAO R, SHAO Y, et al, 2024. Broadband digital over-the-air computation for wireless federated edge learning [J]. IEEE Trans Mobile Computing, 23(5): 5212–5228.

(责任编辑 王海蓉)